capitolo 1. = quiz
Quesito 1. = p9563AA $\boxed{B}$ $\boxed{E}$ $\boxed{D}$ $\boxed{C}$ $\boxed{F}$ $\boxed{A}$
Quesito 2. = p9967AA $\boxed{F}$ $\boxed{A}$ $\boxed{E}$ $\boxed{D}$ $\boxed{B}$ $\boxed{C}$
Quesito 3. = p9968AA $\boxed{D}$ $\boxed{E}$ $\boxed{C}$ $\boxed{B}$ $\boxed{A}$ $\boxed{F}$
Quesito 4. = p9504AC $\boxed{A}$ $\boxed{E}$ $\boxed{C}$ $\boxed{B}$ $\boxed{D}$ $\boxed{F}$
Quesito 5. = p9504AD $\boxed{B}$ $\boxed{E}$ $\boxed{C}$ $\boxed{F}$ $\boxed{D}$ $\boxed{A}$
Quesito 6. = p9504AE $\boxed{B}$ $\boxed{E}$ $\boxed{C}$ $\boxed{F}$ $\boxed{D}$ $\boxed{A}$
Quesito 7. = p9792AA $\boxed{B}$ $\boxed{E}$ $\boxed{C}$ $\boxed{A}$ $\boxed{D}$ $\boxed{F}$
Quesito 8. = p9558AA $\boxed{B}$ $\boxed{E}$ $\boxed{A}$ $\boxed{C}$ $\boxed{D}$ $\boxed{F}$
Quesito 9. = p9560AA $\boxed{B}$ $\boxed{E}$ $\boxed{D}$ $\boxed{C}$ $\boxed{A}$ $\boxed{F}$
Quesito 10. = p9557AC $\boxed{F}$ $\boxed{D}$ $\boxed{C}$ $\boxed{A}$ $\boxed{E}$ $\boxed{B}$
Quesito 11. = p9574AA $\boxed{A}$ $\boxed{E}$ $\boxed{C}$ $\boxed{B}$ $\boxed{D}$ $\boxed{F}$
Quesito 12. = p9561AB $\boxed{A}$ $\boxed{E}$ $\boxed{C}$ $\boxed{B}$ $\boxed{D}$ $\boxed{F}$
capitolo 2. = Scritto
Problema 1. = pbBFT
Problema 2. = pbBFU
Problema 3. = pbBDN
formula 1. = pbBDN1
formula 2. = pbBDN2
formula 3. = pbBDN3
Problema 4. = pbPAJ
formula 4. = pbPAJ1
formula 5. = pbPAJ2
formula 6. = pbPAJ3
formula 7. = pbPAJ4

Corso di

Analisi Matematica I

ingegneria, lettere: KAA-MAZ

docente: E. Callegari

Prova simulata n. 7

A.A. 2008-2009
24 Gennaio 2009

1. I parte: quesiti a risp. multipla

Quesito 1.

La serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{4n^2-1}$ vale:

$\boxed{\text{A}}$ 1 $\boxed{\text{B}}$ $\frac{3}{4}$ $\boxed{\text{C}}$ $\frac{1}{8}$ $\boxed{\text{D}}$ $\frac{1}{4}$ $\boxed{\text{E}}$ $\frac{5}{8}$ $\boxed{\text{F}}$ $\frac{1}{2}$

Quesito 2.

Siano date le serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty}(-1)^n\frac{\ln n}{n}$ e $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty}(-1)^n \cos\left(\frac{1}{n}\right)$. Allora esse sono:

$\boxed{\text{A}}$ entrambe convergenti ma non assolutamente convergenti $\boxed{\text{B}}$ una convergente ma non assolutamente e l'altra non convergente $\boxed{\text{C}}$ una assolutamente convergente e l'altra non convergente $\boxed{\text{D}}$ una assolutamente convergente e l'altra convergente ma non assolutamente $\boxed{\text{E}}$ entrambe assolutamente convergenti $\boxed{\text{F}}$ entrambe non convergenti

Quesito 3.

Siano date le serie $S_1=\displaystyle\sum_{n=3}^{+\infty}\frac{1}{n\ln n\ln(\ln n)}$, $S_2=\displaystyle\sum_{n=3}^{+\infty}\frac{\cos^2 n}{n\sqrt{n}+\sin n}$ ed $S_3=\displaystyle\sum_{n=3}^{+\infty}\frac{\ln n}{n\,\sqrt[100]{n}+1}$.
Allora di tali serie:

$\boxed{\text{A}}$ converge solo S_3 $\boxed{\text{B}}$ nessuna converge $\boxed{\text{C}}$ converge solo S_2 $\boxed{\text{D}}$ converge solo S_1 $\boxed{\text{E}}$ due serie convergono e una no $\boxed{\text{F}}$ convergono tutte

Quesito 4.

La serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{n!}{n^n\alpha^n}$ converge se e solo se:

$\boxed{\text{A}}$ $|\alpha|>\frac{1}{e}$ $\boxed{\text{B}}$ $\alpha\in(-\infty,-1]\cup(1,+\infty)$ $\boxed{\text{C}}$ $|\alpha|\geq\frac{1}{e}$ $\boxed{\text{D}}$ $\alpha\in\left(-\infty,-\frac{1}{e}\right]\cup\left(\frac{1}{e},+\infty\right)$ $\boxed{\text{E}}$ $|\alpha|>1$ $\boxed{\text{F}}$ $|\alpha|\geq 1$

Quesito 5.

La serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n\arctan n^\alpha}{n}$ converge:

$\boxed{\text{A}}$ semplicemente per ogni $\alpha\in\mathbf{R}$ e assolutamente se e solo se $\alpha\leq 0$ $\boxed{\text{B}}$ semplicemente se e solo se $\alpha<1$ e assolutamente se e solo se $\alpha\leq 0$ $\boxed{\text{C}}$ semplicemente se e solo se $\alpha<1$ e assolutamente se e solo se $\alpha<0$ $\boxed{\text{D}}$ semplicemente se e solo se $\alpha\leq 1$ e assolutamente se e solo se $\alpha\leq 0$ $\boxed{\text{E}}$ semplicemente se e solo se $\alpha\leq 1$ e assolutamente se e solo se $\alpha<0$ $\boxed{\text{F}}$ semplicemente per ogni $\alpha\in\mathbf{R}$ e assolutamente se e solo se $\alpha<0$

Quesito 6.

La serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty}\left(e^2-\left(1+\frac{2}{n}\right)^n\right)^\alpha$ converge se e solo se:

$\boxed{\text{A}}$ $\alpha\geq 1$ $\boxed{\text{B}}$ $\alpha>2$ $\boxed{\text{C}}$ $\alpha>0$ $\boxed{\text{D}}$ $\alpha\geq 2$ $\boxed{\text{E}}$ $\alpha\geq 0$ $\boxed{\text{F}}$ $\alpha>1$

Quesito 7.

Sia data la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{n^2+n^4}$. Si considerino le affermazioni:

(a) converge per confronto asintotico con $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{n^2}$;

(b) converge per confronto con $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{n^4}$;

(c) converge per il criterio del rapporto.
Allora:

$\boxed{\text{A}}$ **(a)** è vera e **(b)** e **(c)** sono false $\boxed{\text{B}}$ 2 affermazioni sono vere ed una è falsa $\boxed{\text{C}}$ **(a)**, **(b)** e **(c)** sono tutte vere $\boxed{\text{D}}$ **(b)** è vera e **(a)** e **(c)** sono false $\boxed{\text{E}}$ **(c)** è vera e **(a)** e **(b)** sono false $\boxed{\text{F}}$ **(a)**, **(b)** e **(c)** sono tutte false

Quesito 8.

Siano date le serie $S_1=\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n}{n+\sin n}$, $S_2=\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}+\sin n}$, ed $S_3=\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}+\pi n\right)}{1+\ln n}$.
Allora quelle che soddisfano le ipotesi del criterio di Leibniz sono:

$\boxed{\text{A}}$ solo S_1 $\boxed{\text{B}}$ solo S_3 $\boxed{\text{C}}$ solo S_1 e S_3 $\boxed{\text{D}}$ solo S_1 e S_2 $\boxed{\text{E}}$ nessuna $\boxed{\text{F}}$ tutte

Quesito 9.

Si considerino le affermazioni:

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$ converge semplicemente ma non assolutamente;

(b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\ln\left(1+\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}\right)$ non è assolutamente convergente;

(c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\ln\left(1+\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}\right)$ diverge a $-\infty$.

Allora quelle vere sono:

$\boxed{\text{A}}$ solo **(a)** $\boxed{\text{B}}$ nessuna $\boxed{\text{C}}$ solo **(a)** e **(b)** $\boxed{\text{D}}$ solo **(b)** $\boxed{\text{E}}$ tutte $\boxed{\text{F}}$ solo **(b)** e **(c)**

Quesito 10.

Sia $S=\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty}(-3)^n$. Si considerino le argomentazioni:

(a) S converge. Dimostrazione: Si ha $\displaystyle\lim_{n\to+\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\lim_{n\to+\infty}\frac{(-3)^{n+1}}{(-3)^n}=-3<1$, quindi S converge grazie al criterio del rapporto.

(b) S non converge. Dimostrazione: Per il criterio dell'assoluta convergenza, affinché S non converga basta verificare che diverge $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}|(-3)^n|$, cioè $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}3^n$. Ma è noto che quest'ultima è una serie geometrica divergente.

(c) S non converge. Dimostrazione: Basta osservare che non è verificata la condizione necessaria di convergenza, in quanto $(-3)^n\not\to 0$ per $n\to+\infty$.

Allora le argomentazioni corrette sono:

$\boxed{\text{A}}$ tutte $\boxed{\text{B}}$ nessuna $\boxed{\text{C}}$ solo **(b)** $\boxed{\text{D}}$ solo **(c)** $\boxed{\text{E}}$ solo **(b)** e **(c)** $\boxed{\text{F}}$ solo **(a)**

Quesito 11.

La serie di potenze $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\left(1+\frac{1}{\sqrt{n}}\right)^{n\sqrt{n}}x^n$ converge puntualmente se e solo se:

$\boxed{\text{A}}$ $-\frac{1}{e}\leq x\leq\frac{1}{e}$ $\boxed{\text{B}}$ $x\leq\frac{1}{e}$ $\boxed{\text{C}}$ $-\frac{1}{e}\leq x<\frac{1}{e}$ $\boxed{\text{D}}$ $-\frac{1}{e}<x<\frac{1}{e}$ $\boxed{\text{E}}$ $-\frac{1}{e}<x\leq\frac{1}{e}$ $\boxed{\text{F}}$ $x<\frac{1}{e}$

Quesito 12.

Siano $\sum a_n$ e $\sum b_n$ due serie a termini di segno qualsiasi ma tali che per ogni $n\to+\infty$, siano asintoticamente equivalenti.
Si considerino le affermazioni:

(a) se $\sum a_n$ converge assolutamente allora $\sum b_n$ converge;

(b) se $\sum a_n$ converge allora $\sum b_n$ converge;

(c) se $\sum a_n$ è indeterminata allora $\sum b_n$ è indeterminata.

Allora quelle vere sono:

$\boxed{\text{A}}$ solo **(a)** $\boxed{\text{B}}$ tutte $\boxed{\text{C}}$ solo **(c)** $\boxed{\text{D}}$ nessuna $\boxed{\text{E}}$ solo **(a)** e **(b)** $\boxed{\text{F}}$ solo **(a)** e **(c)**

2. II parte: problemi da svolgere

Problema 1.

Studiare convergenza semplice e assoluta della serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty}\frac{(-1)^n}{n+\ln^2 n}$.

Problema 2.

Studiare il carattere della serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty}(2+\sin n)\frac{1}{n-1}$.

Problema 3.

Sia data la serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty}\frac{(-1)^n}{\alpha n+\sin n}$. Studiarne la convergenza semplice e assoluta nei seguenti casi:

(1) $\alpha=2$,
(2) $\alpha=1$,
(3) $\alpha=\frac{1}{2}$ (facoltativo).

Problema 4.

Sia data la serie di potenze definita da:

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{1}{6^n+5n^2}(x-2)^n$$

(4) Determinarne il raggio di convergenza.
(5) Determinarne l'insieme di convergenza assoluta.
(6) Determinarne l'insieme di convergenza puntuale.
(7) Dire su quali intervalli la serie converge uniformemente.